



# 文化学園リポジトリ

Academic Repository of BUNKA GAKUEN

服飾文化共同研究拠点／文化ファッション研究機構

Joint Research Center for Fashion and Clothing Culture / Bunka Fashion Research Institute

文化学園大学

*Bunka Gakuen University*

文化服装学院

*Bunka Fashion College*

文化ファッション大学院大学

*Bunka Fashion Graduate University*

文化外国語専門学校

*Bunka Institute of Language*

Title	等高線図を用いた2因子模擬実験
Author(s)	高橋, 武則; 楊, 国林
Citation	文化女子大学紀要. 服装学・生活造形学研究 28(1997-01) pp.43-57
Issue Date	1997-01-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10457/2391">http://hdl.handle.net/10457/2391</a>
Rights	

# 等高線図を用いた2因子模擬実験

高橋武則\* 楊 国林\*\*

## Simulative Experiment of Two Factors by Contour

Takenori Takahashi and Koulin Yoh

**要 旨** 本研究では、多因子実験の基礎として2因子実験を位置づけ、これを通常の講義用教室内で実施することができる簡単な模擬実験を用いて教育を行う方法と、そのカリキュラムを具体的に提案する。今回の報告では、模擬実験として紙ヘリコプターを採用し、その変数として翼長と足幅を取り上げる場合を紹介する。これらを選んだ理由は、実験が簡単であることと応答曲面を単純にするためのものである。また、実験を視覚的に（幾何学的に）理解させるために等高線図を活用する。とりあげる実験のタイプは望目実験であり、カリキュラムの最終段階では確認実験を実施する。ところで、初心者の実験においてはしばしば外れ値が発生し、これが実験の解析の段階で受講者の理解を混乱させるという問題がある。そこで、これに対する頑健性のあるアプローチも提案する。

### 1. はじめに

コンピュータによるデータ処理の発達した今日、多因子実験のデータ処理そのものは容易であるため、気軽に多因子の実験が実施されている。そして、実験結果に重回帰分析を適用することが少なくない。しかしながら、多因子実験を確実に理解し、再現性のある統計的推測を行うためには、理論教育と計算演習だけでは不十分で、本番の実験の前に模擬実験による教育を行うことが必要である。

多因子の実験の基本は2因子にある。実験自体の基本は1因子実験ではあるが、条件の組み合わせが扱えるのは2因子実験からであるからである。実験結果を解析し考察する上で、視覚的表現は重要である。視覚的表現が可能なのは、2次元および工夫した3次元である。前者は散布図であり、これは2次元データ ( $X_1, X_2$ ) を打点したものである。後者は等高線図であり、これは  $Y = f(X_1, X_2)$  を2次元平面上に表現したものである。2つの因子の効果というものを、

等高線図を用いた模擬実験を通して、体験的に身体で理解することはたいへん意義がある。

望大実験（より大きな値を得ることを目的とする実験）は興味深い、これは誤差がかなり小さくないと困難であるため、初心者には望目実験（目指す値に近づけることを目的とする実験）の方が望ましい。望目実験の場合でも、誤差はできるだけ管理し、外れ値を生じないように注意しかつ誤差のばらつきを小さくしなければならぬ。そこで、本研究では、模擬実験として紙ヘリコプターを取り上げ、外れ値に頑健でかつ実験誤差を小さくするアプローチを提案し、実施例を紹介する。

本研究は2変数の重回帰分析を多変数の重回帰分析のための準備と位置づける。紙ヘリコプターの場合には、翼長、翼幅、足長、足幅、紙質、重さの6変数を取り上げることができるが、今回はこれらのうちの2つをとりあげる。その組み合わせはいろいろあるが、翼長と足幅の組み合わせが初心者にとって実施し易いので、実施例ではこのケースをとりあげる。そして、2変数の場合には等高線図の作図が可能であるため、これを作図して滞空時間  $Y$  と翼長  $X_1$  と足幅  $X_2$  の関係を把握する。

\* 非常勤講師 数理統計学

\*\* 本学助教授 生体情報工学

## 2. 等高線図と統計的推測

### 2.1 等高線図の概念

結果を  $Y$ , 原因を  $(X_1, X_2)$  としたとき, 因果関係の数学的表現方法には, 代数的表現と幾何学的表現がある。

(1) 代数的表現: 数式表現

因果関係 ( $Y$ : 結果,  $X$ : 原因) を代数的に関係式で表現する。

$$Y = f(X_1, X_2)$$

関数  $f$  としては様々なものが存在している。

(2) 幾何的表現: 図形表現

原因が一つならば 2 次元のグラフ (横軸  $X$ , 縦軸  $Y$ ) で表現することができる。原因が二つならば, (横軸  $X_1$ , 縦軸  $X_2$ ) の 2 次元平面上に  $Y$  の値を等高線として表現することができる。この表現方法を用いると, いろいろな考察が可能になる。代表的な数学的考察には以下のものがある。

- ①ある条件  $(X_1, X_2)$  のもとでの  $Y$  の値
- ②ある  $Y$  の値をとりうる  $(X_1, X_2)$  の組み合わせ
- ③  $Y$  のとる最大値あるいは最小値とそのときの条件  $(X_1, X_2)$

数式表現ができれば解析的な処理が可能になるが, 常に数式表現が可能というわけではない。そのときには図形表現が有効である。また, 数式表現が可能な場合でも, 図形表現を併用すると因果関係を視覚的に理解できるので, 解析を行う上で有効である。

因果関係そのものの表現ではないが, 3 次元の状態を 2 次元上に表現する図形表現の代表的なものに, 地形図における等高線と天気図における等圧線がある。これらは原因が 2 つの場合の因果関係の表現に対して応用することができる。関係式が  $Y = f(X_1, X_2)$  のとき, この  $Y$  を  $X_1$  軸,  $X_2$  軸の 2 次元座標上に表すことができる。すなわち得られたデータ  $Y$  の値を順に

$$Y_1 = f(X_{11}, X_{21})$$

$$Y_2 = f(X_{12}, X_{22})$$

$$Y_n = f(X_{1n}, X_{2n})$$

というように座標上の該当位置に記入していく。そして  $Y$  に関して同じ値を通る点を結んで 2 次元平面上に線を描く。この方法により, 地形図では地形が把握でき現在位置を確認したり進むべき方向を決定することができ, また, 天気図では気圧配置を把握して天気予報が可能となる。本研究では, 実験の解析と推測において等高線図を大いに活用する。

### 2.2 等高線図作成手順とポイント

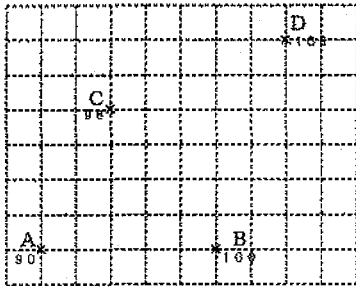
等高線図の概要は以下の通りである。

- (1) 因子  $X_1, X_2$  に対する 2 次元座標を用意する。
- (2) 因果関係  $Y = f(X_1, X_2)$  に関するデータに対して, 2 次元座標上の対応する  $(X_1, X_2)$  の位置に  $Y$  の値を記入する。与えられた全てのデータについて同様にする。
- (3) 記入したデータの相対的位置関係を考慮して値が等しい点を結んで線 (等高線) を描く。
- (4) データのないところも推測して等高線を描く。このとき, 比例配分の考え方をを用いて以下のように作図する。

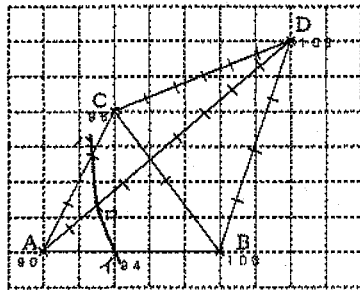
まず, 値が既知の点同士を直線で結ぶ。その直線を比例配分することによって直線上に点を取り, 値を当てはめる。

図 2.1(1) に示すように, 4 点 A (90), B (100), C (96), D (108) の値が分かっている場合を考える。ここで, 図 2.1(2) のように点 A, B を結んだ直線 AB を 5 等分すると点イの値は 94 であり, 同様に直線 AD を 9 等分すると点ロの値が 94, 直線 AC を 3 等分すると点ハの値が 94 となる。したがって, 値の等しいこの 3 点イ, ロ, ハを結ぶことにより値 94 の等高線が得られる。

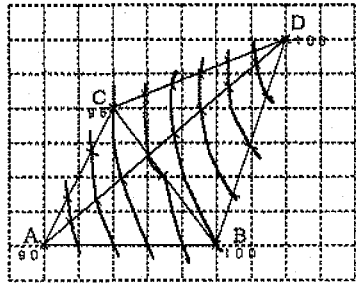
その他の値についても同様にして線で結んでいくと図 2.1(3) のようになる。これは標高差が 2 間隔の等高線図である。この例のように, 内分点を用いて作図することはほとんどの場合大きな問題を生じないが, 外分点を用いて作図す



(1)



(2)



(3)

図2.1 比例配分の方法

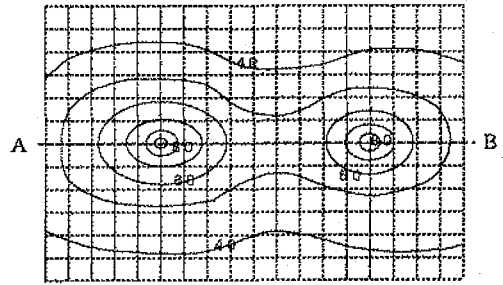
ることはしばしば危険を伴う。前者は回帰分析における内挿にあたり、後者は外挿にあたる。

### 2.3 等高線図を用いての推測

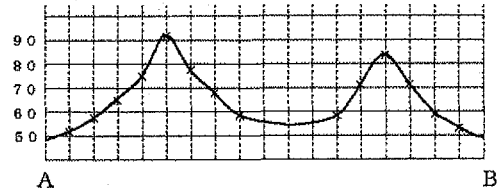
作成した等高線図を利用すると次のことを推測することが可能である。

- ①ある条件  $(X_1, X_2)$  のもとでの  $Y$  の値
- ②ある  $Y$  の値をとりうる  $(X_1, X_2)$  の組み合わせ
- ③  $Y$  のとる最大値あるいは最小値とそのときの条件  $(X_1, X_2)$

実際に推測に用いるために等高線図を作成す



(1) 上から見た図



(2) 横から見た図

図2.2 二山の等高線図

る場合には、データの取り方に注意しなければならない。データを取る点(データを取る条件)の決め方次第で、等高線図の正確さが左右されてくる。多くの条件の組み合わせでたくさんの実験を行えばより正確な等高線図が得られるであろうが、現実には実験に費やせる時間や材料は限られていることがほとんどである。したがって、望大実験の場合には、 $(X_1, X_2)$  がどのような条件のときに  $Y$  が最大になるのかについて、ある程度仮説をたてて、その組み合わせの実験を行ってデータをとる方が無駄が少ない。

また、逐次実験で山登りを行う場合には1回目の実験のデータを用いて部分的に等高線図を作成し、それを2回目の実験の条件を決める手がかりにするとよい。このようにすれば、少ない実験回数でも効率よく山登りを行うことができる。

ただし、全く予想外の等高線図になることもある。例えば図2.2のように、頂上が1つとは限らない場合もありうるので、データをとる点については十分考慮する必要がある。

### 2.4 等高線図の作成演習

演習はやさしいものから難しいものへとステ

ツブアップしていくのがよい。統計実験のための等高線の教育の場合には、誤差なしから誤差ありへ、交互作用なしから交互作用ありへ、単純な応答曲面から複雑な応答曲面へと進めるのがよい。

例題でとりあげる実験は望大実験（値が大きいほど望ましい）を想定しており、3回の実験はより大きい値や頂上を求めて山登りをしている。そして、頂上の標高は100で、等高線は標高が10刻みでかつきりのよい数値（90, 80, 70, ……というように）で作成している。

なお、図中に用いるデータの外側の記号は以下の通りである。

- ：1回目の実験， □：2回目の実験，
- △：3回目の実験， ( )：補助情報

#### 2.4.1 誤差がない場合（等高線図の基本）

実際の実験では誤差が存在するが、作成練習では誤差が無い場合で行う。その際、交互作用がある場合とない場合とを行う必要がある。また、できれば多少複雑な場合も練習しておくとうい。

##### (1) 交互作用がない場合

図2.3の例題は、等高線図の作図において比較的やさしい場合である。山（応答曲面）は尾根のない単純な山で、作図は容易でかつ頂上も見つけやすい。

##### (2) 交互作用がある場合

図2.4の例題は、尾根が存在する場合で初心者には多少難しい。しかしながら、全体としては単純な構造なので、馴ればとくに問題ではない。

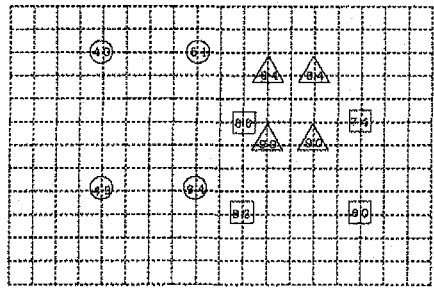
##### (3) 応答曲面が複雑な場合

複雑な場合も練習しておく方がよい。実験領域を広くとると、複雑な応答曲面になることが少なくない。図2.5の例題は、簡単な数式表現では表せないかなり複雑な場合である。

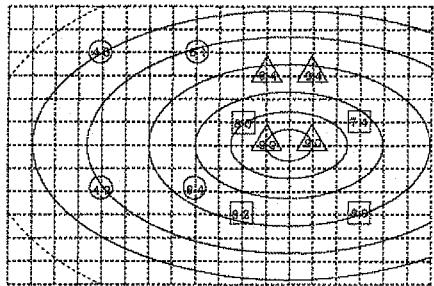
#### 2.4.2 誤差がある場合

##### (1) すべての条件での繰り返しがある場合

通常、同じ条件のもとで実験を繰り返しても毎回必ず同じ結果が得られるわけではない。つまり、同じ  $X_1, X_2$  の組み合わせのもとでも何

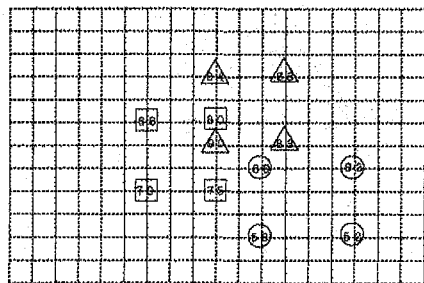


(1) 演習問題例 1

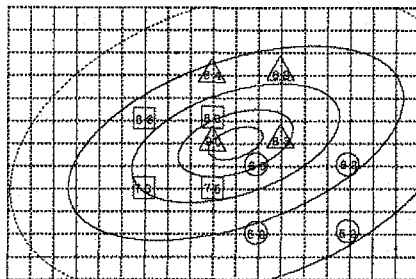


(2) 演習問題例 1 の解答例

図2.3 演習問題例 1



(1) 演習問題例 2



(2) 演習問題例 2 の解答例

図2.4 演習問題例 2

回か繰り返して得られた結果には誤差が加わっている。したがって、2次元座標上にYのデータを記入する際には、それらの平均値を求めてその値を用いる。時間が十分にある場合には、十分な繰り返し数のデータを取るによりばらつきを小さくできるので、より精度の高い図を得ることができる。

- ①同じ  $(X_1, X_2)$  の条件で得られた複数のYに関してその平均値を求める。
- ②その平均値を  $f(X_1, X_2)$  の結果と考えて、2次元座標上に記入する。
- ③誤差なしの場合として等高線を描く。
- ④描き上げた等高線図から、Yの値の最高値、およびそのときの  $(X_1, X_2)$  の組み合わせを予想する。

もし繰り返しが少なく平均値のばらつきが小さくない場合には、まず平均値そのものを用いて誤差なしの場合として薄く鉛筆で等高線を引き、その後でばらつきを考慮しかつ全体の構造をバランスさせた上で最小自乗法的感覚で等高線を引くとよい。

(2) 一部の条件において繰り返しがある場合  
もし一部の条件 ( $k$ 個の条件) において繰り返しをとることができれば、 $k$ 個の  $R$  (範囲) を求めることができ、これより以下のように誤差の評価が可能になる。

$$\hat{\sigma} = (\bar{R} / d_2)$$

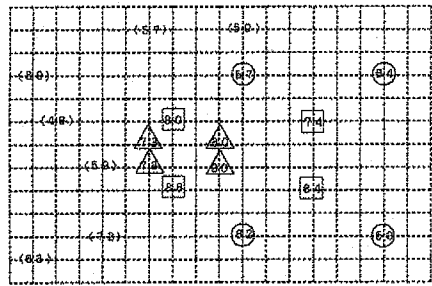
これを誤差の情報として、(1)と同様に作図する。繰り返しがあるところは平均値を用い、繰り返しが無いところはデータそのものを用いる。

(3) 繰り返しが無い場合

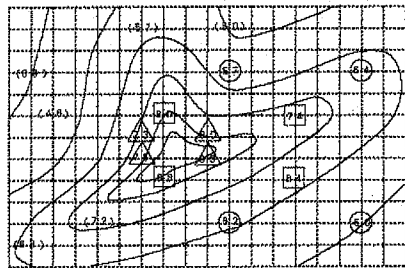
繰り返しが無い場合には平均値を用いることができないので、最初から見当をつけて描くしかない。回帰分析において繰り返しの無い場合に、全体の点のバランスを見て最小自乗法で直線や曲線を描くことになるが、このような感覚で2次元の等高線を作図する。ただしこの方法は、誤差が十分小さくなければ困難である。

### 2.5 代表的な関数と等高線図

図2.6に、独立変数が2つの多変数関数を等高線図で表現した場合の代表的なケースを紹介す



(1) 演習問題例 3



(2) 演習問題例 3 の解答例

図2.5 演習問題例 3

る。各々の図の下に対応する関数を示しておく。これにより、幾何学的状態と代数的構造との関係を理解することができる。

代表的な関数と等高線の関係を理解しておくと、等高線図の作図に有効である。範囲を極端に広く取らなければ、1次の関数 ( $X_1$ や  $X_2$ の項) で表現できることが多く、少し広く取ると時には2次の関数 ( $X_1^2$ や  $X_2^2$ の項) が必要になることもある。そして、2次の関数の場合、楕円の向きが斜めに傾いている場合には、積の項 ( $X_1 X_2$ の項) が必要になる。この感覚が養われると、全体のバランスから当てはまりそうなパターンが見えるので、フリーハンドで作図しても回帰分析で得る式とほぼ同様の等高線を描くことができる。

## 3. 実験に取り上げる機体の特徴と条件の組み合わせ

### 3.1 実験に取り上げる機体

図3.1に示す機体が、本研究で取り上げる機体である。これには翼長、翼幅、足長、足幅、

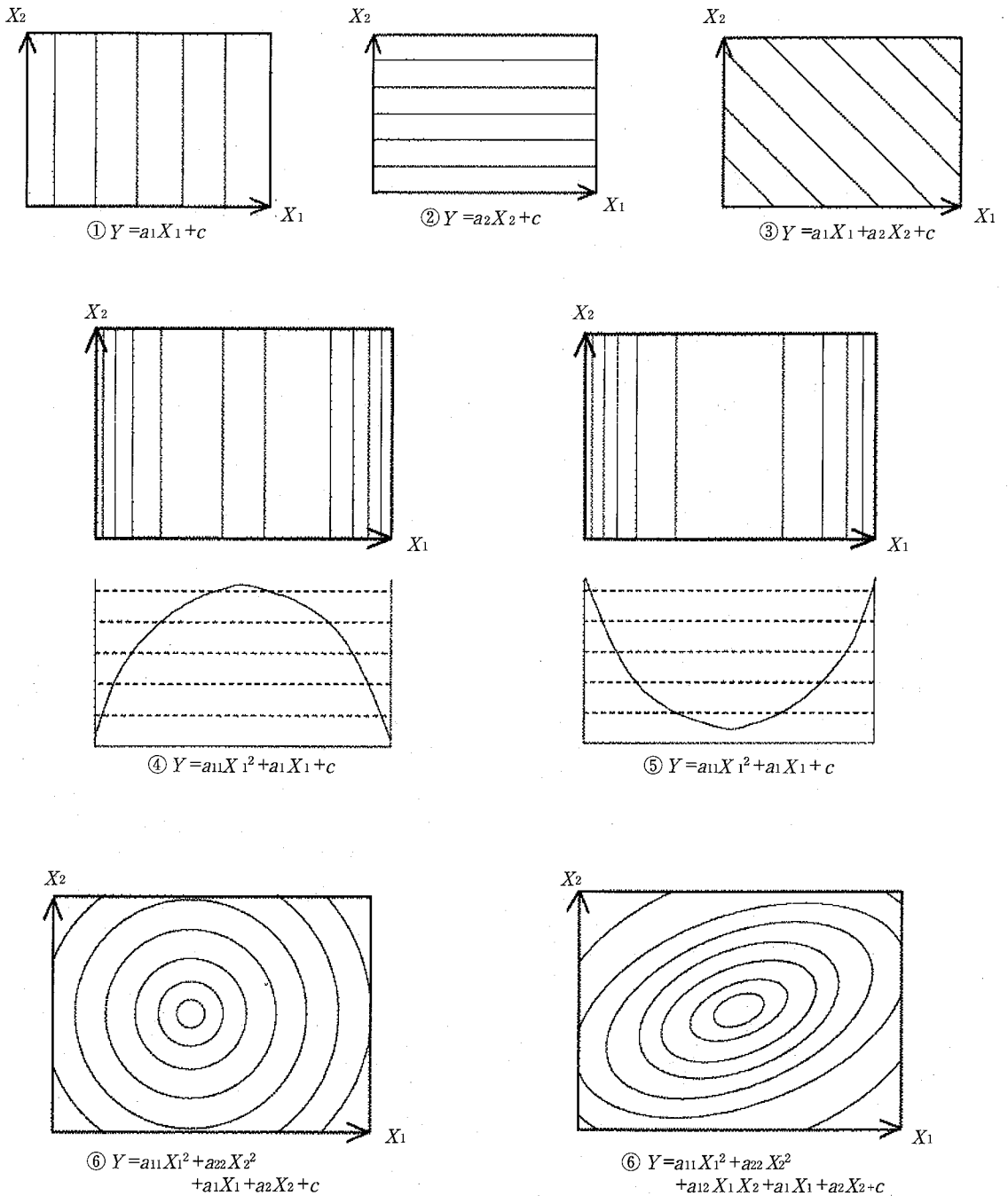


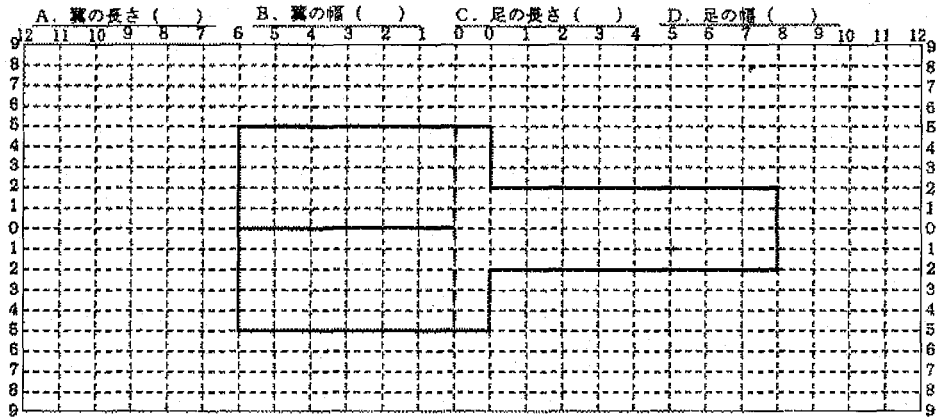
図2.6 代表的な等高線図と多項式

重り、紙質の6つの因子がある。このうち紙質のみが質的因子で、他の5つの因子はすべて量的因子である。

### 3.2 条件の組み合わせ

2因子実験に対する条件の組み合わせは、5つの量的因子から2つの因子を取り上げ、各々

等高線図を用いた2因子模擬実験



(縦一目盛り4mm, 横一目盛り7mm)

図3.1 実験用の紙ヘリコプター機体用紙

4水準ずつの合計16の組み合わせを取り上げることにする。2因子の組み合わせで多因子実験の基礎を理解させることと、応答曲面を等高線図で幾何学的に理解させるために4水準×4水準の16の格子点上でデータを検討させる。

4. 手書きのための実験

近年は等高線図をコンピュータで作図することができるが、教育の初期の段階では手書きで作図することは、応答曲面というものを理解する上で重要である。しかし、手書きするためには、十分管理された実験でなければならない。すなわち、外れ値がなくかつ誤差のばらつきが十分小さいことが必要である。本章ではこれらのためのポイントを解説する。

4.1 前提としての誤差の低減と管理

等高線図を手書きで作図するためには、誤差が十分小さいことが要求される。このためには、以下の諸点について作業標準を作成し、慎重に作業を行うことが必要である。

(1) 製作

道具類を大いに活用する。紙の切断の際には、カッターと定規で正確に切る。折る際には、角が直角になった道具（アルミ製のアングル [文献24参照]、フロッピーディスクの箱など）を用いて直角を正確にだす。この道具は製作後に、

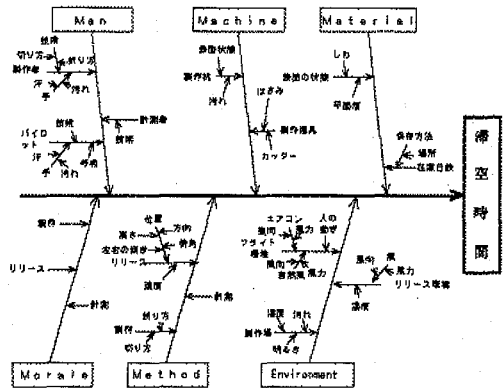


図4.1 オンラインの特性要因図

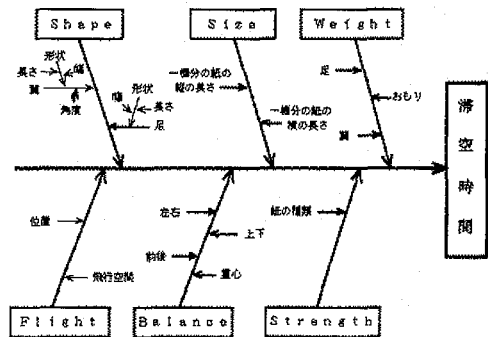


図4.2 オフラインの特性要因図

角度が直角になっているかどうかを確認する検査具としても利用できる。

(2) 格納（飛行前待機／飛行後保管）



製作後飛行までの間、機体を変形しないように保存する。足長が極端に長くない場合には紙ヘリコプターを逆さまに(逆Tの字に)して机の上に置いておくことよい。飛行時以外は紙ヘリコプターにクリップをつけてはならない。飛行後も直ちに回収したらクリップを外し、同様の方法で机の上に置いておく。

### (3) 移動(運搬/手渡)

移動にあたっては、必ずトレイ(下敷きやノートや教科書でもよい)に載せる。また紙ヘリコプターをつかんで移動する際には、足の部分を持ち逆さまの状態に移動する。もし、紙ヘリコプターにクリップをつけた場合には、必ずクリップの位置をつかむ。

### (4) クリップの選択

クリップはばらつきの大きい製品である。したがって、適当に用いるとクリップのばらつき(重さのばらつき)が実験誤差を大きくしてしまう。たくさんのクリップの中から同じ様なクリップを事前に選択した上で用いなければならない。最もよい方法は全ての紙ヘリコプターに対して一つのクリップだけを用いることであり、このことによりクリップのばらつきをゼロにすることができる。ただし、この方法は時間がかかるというデメリットがある。

## 4.2 ライン生産の導入(3S)とポイント

図4.1のオンラインの特性要因図は実験誤差管理のためのものである。図4.2のオフラインの特性要因図は、実験条件の検討と前提条件の管理のためのものである。

- (1) 前提条件：結果Yに強く影響を与えるが、実験の間は一定の値をとるもの。
- (2) 実験条件：結果Yに強く影響を与える可能性があるため、実験で取り上げて条件を意図的に変更するもの。
- (3) 実験誤差：結果Yに影響を与えるが、実験で取り上げていないもの。この影響は無作為化により確率化する。

2因子の実験では、変数の組み合わせが16通りあるため、様々な条件の機体を作成することになる。したがって、もし個人個人がそれぞれ

の条件の機体を別々に製作するならば、ばらつきは大きくなり、かつ外れ値がしばしば登場することになる。これを防ぐためには、ライン生産の導入が有効であり、これを導入すると以下のメリットがある。なお、製作後の調整においても同様であり、複数の調整者が個別に調整するのではなく、調整それ自体もラインを組んで実施する。

- (1) 異常機体の混入を防ぐことができる。
- (2) ばらつきを小さくすることができる。
- (3) 正規性を確保することができる。
- (4) 生産速度や調整速度をスピードアップすることができる。

実際にライン生産を行う上でのポイントは以下の通りである。

- ①最終調整者は必ず一人にする。複数の調整者が最終調整をすると、ばらつきが大きくなり、外れ値が生じやすくなる。
- ②調整の速度を上げたい場合には、予備の調整者を割付けて予備の調整を行わせる。この場合でも調整自体に関して3S(Specialization:専門化, Simplification:単純化, Standardization:標準化)を行い、ライン方式で調整し、かつ最終調整者は一人でなければならない。
- ③実験全体を管理する人(リーダー)をおき、作業の割付けや時間管理を行う。
- ④時間管理はタイマーを用いると便利である。時間の経過を全員に知らせ、きちんとした作業を行わせる。
- ⑤オフライン(実験)であっても必ずラインを組んで製作する。
- ⑥実験の前に必ず標準機でオンライン(決まったデザインの機体の量産)のライン作業をすべきである。このことで実験誤差が把握でき、かつ実験誤差の低減ができる。
- ⑦各種の器具の利用と製作のノウハウを明らかにし、事前に与える。

## 4.3 機体と飛行と計測の繰り返しのもとのメジアン

外れ値の影響を防ぐために、繰り返しをとり

メジアンを採用するのがよい。これは同時にばらつきを小さくする。その際、繰り返しは3回とすると、実験の数をおさえることができ、計算が楽で、かつばらつきも小さくすることができる。

- (1) 同一条件の機体を3機製作する。
- (2) 一つの機体は、合計3回の飛行を行う。
- (3) 一回の飛行に対して、3人が計測する。

#### 4.4 製作練習と飛行練習

本番実験を成功させるためには、製作の練習と飛行の練習をすることが望ましい。その際にとりあげるべき条件は以下の通りである。本番の実験では、4水準×4水準の全部で16の組み合わせを実施するが、練習にあたってはそのうちの端点にあたる条件（相対的に難しい条件）を取りあげることが重要である。

- (1) 最低限の練習として、最小の機体と最大の機体（2機）は必ずとりあげる。これらの条件は、製作と飛行が全体の中で相対的に難しく、またばらつきが異なる可能性がある。
- (2) できれば四隅の点（4機）を取りあげるとよい。これらの条件は、2因子の各々における最小条件と最大条件の組み合わせである。
- (3) 明らかに特殊な組み合わせがあれば、さらにそれを追加する。

ただし、周囲の点のすべてを行おうとすると製作練習だけで12機となり、これは多過ぎるので、そのような練習は不必要である。

#### 4.5 確認実験

等高線図の確認のために、最終段階で特定の条件を決めて確認実験を行うとよい。まず、確認する条件を決め、予測（推定）される滞空時間の平均を等高線図より比例配分で求める。次に、その条件の機体を5機を製作し、各々の機体を3回飛行させ、各飛行はいずれも3台のストップウォッチで計測する。そして、メジアン（3台の計時のメジアン）のメジアン（3飛行のメジアン）を各機体の滞空時間の値とする。そして、それらのメジアン（3機のメジアン）

を、機体条件のもとでの値とする。これが、等高線図から求めた予測値におおむね近いかどうかで判断する。

## 5. 実験例

### 5.1 実験の概要

初心者には応答曲面の単純なもの（凸曲面でできるだけ平面に近いタイプ）の方が理解しやすいので、本研究では紙ヘリコプターの翼長と足幅をとりあげている。

#### (1) 実験の無作為化

いずれの実験の場合にも、飛行の順番はランダムにしている。これは機体数分の数字を書いた籤を作成し、これらをよく混ぜたうえで抜き取ることにより飛行の順番を決定すればよい。製作についてもその順番をランダムにした方がよいが、条件の組み合わせが複雑な場合には混乱の原因になるので順番に行くこともしかたがない。ただし、習熟効果や疲労が順序として入るかもしれないので、解析の段階では順序の影響の有無について確認する。

#### (2) 予備練習としての1因子実験と単回帰分析

これまでに紹介したポイントをきちんと行っていれば、回帰分析における誤差の4つの仮定（独立性、不偏性、等分散性、正規性）はおおむね満たされる。そこで、翼長のみをとりあげて単回帰分析を試み、与えられた滞空時間（ターゲット）をもつ紙ヘリコプターの製作に挑戦してみるとよい。これはゲーム性もあり、受講者は意欲的に取り組むとともに、2因子実験のためのよい予備練習となる。

まず、目指すべき滞空時間（ターゲット）を与える。次に、予備解析として翼長（あるいは足幅）に関して広めの範囲に対して5水準を用意し、繰り返し1のデータをとって回帰線を求めさせる。これでもマクロ的な見当はつくが、次に本解析を行って精度の高い回帰式を求めさせる。すなわち、予備解析の式より、新たな要求（ターゲット）の値が余裕をもって内挿とな

る位置を求め、3水準繰り返し5で本番の解析を行うのがよい。

本番の解析で精度の高い回帰線（回帰式）が得られたら、逆推定で機体の条件を決定する。この条件に対応するデザインを作図し、これをコピーして量産する。量産した紙ヘリコプターの滞空時間の平均値が、与えられた滞空時間（ターゲット）に近いかどうかで実験全体の評価を行う。この具体例の紹介は紙面の都合で省略する。

### (3) 2因子実験と等高線図

1因子の予備実験で良好な結果が得られたら、2因子の実験を行う。その具体例は次節以降で紹介する。

#### 5.2 実験における様々な繰り返し

表5.1は、同じ条件の機体を3機製作し、各々の機体を3回飛行させ、各々の飛行に対して3台のストップウォッチで計測した結果である。以後これを、略して3機体3飛行3計測と呼ぶ。

表5.1の実験は機体、飛行、計測のすべてに繰り返しをとっているが、実際の実験では繰り返しの取り方は様々である。最も繰り返しの少ないケースは、1機体1飛行1計測である。3機体3飛行3計測のケースから1機体1飛行1計測のケースにおいて、どのような違いがあるかを以下の5ケースについて検討する。

- (1) 3機体3飛行3計測 (Med. of Med.欄)
- (2) 3機体1飛行3計測 (F1欄)
- (3) 1機体3飛行3計測 (Med.の欄)
- (4) 1機体1飛行3計測 (F1の欄の各条件の先頭行)
- (5) 1機体1飛行1計測 (F1欄の各条件の先頭行の〈1〉欄)

なお、表5.1の中の各種の記号の意味は以下の通りである。

- ①取消ライン(=)の付きのデータは、計時に失敗したことを意味している。
- ②「様」の欄は飛行の様子を示しており、その表現は以下の通りである。  
×：スタートのかけ声と、紙ヘリコプター

の発進がずれている。

- A：不自然な飛行（変則飛行）、
- B：気になる飛行、
- C：少し気になる飛行

③\*印は各飛行における3人の計時①、②、③のメジアンのこと、これを各飛行の計測値とする。

④波線型のアンダーラインは各々の飛行におけるメジアンのこと、これを各機体の計測値とする。

⑤#印は④で求めた各条件における3機体のメジアンのこと、これを各実験条件の計測値とする。

### 5.3 各種の結果と等高線図

実験領域は応答曲面がかなり単純な範囲を選んでいる。本節では、表5.1のデータに対していろいろな点で繰り返しをなくしたときにどうなるかを、5つのケースについて実施する。図5.1から図5.5までの5枚の等高線図における実線は、誤差を考慮せずに平均値に基づいて引いた等高線図である。標高については10刻みで20, 30, ……というように作成しており、各等高線の標高は図中の丸括弧( )の中に示している。一部の図には点線の等高線があるが、これは誤差を考慮しかつ全体の構造も考慮した等高線である。この描き方が可能な場合(図5.1と図5.2)にのみ点線の等高線図を示している。

#### 5.3.1 3機体3飛行3計測 (Med. of Med.欄より)

これは応答曲面を最も見つけやすいケースであり、この結果は図5.1に示している。実線は誤差を考慮せずに引いた等高線である。これを作図した後で、誤差を考慮しかつ全体の構造を考慮して引いた等高線が点線である。すべての条件の機体、飛行、計測において繰り返しを3回とり、メジアンを用いているので誤差を考慮しない段階でも、かなり容易に等高線図を作成することができる。

#### 5.3.2 3機体1飛行3計測 (F1欄より)

このケースは、応答曲面を次に見つけやすいも

等高線図を用いた2因子模擬実験

表5.1 2因子実験の結果

因子 翼長	足幅	機体 No	飛行 順	飛行の繰り返し												Med. of Med.			
				F1			F2			F3			Med.						
				様	<1>	<2>	<3>	様	<1>	<2>	<3>	様		<1>	<2>		<3>		
6	4	1			43	*42	38		40	32	*39		*40	41	39	#4	0	4 0	
		2	×		41	49	*45		*42	43	39		*42	49	39	4	2		
		3			47	*44	<del>38</del>		*38	46	36		34	25	*31	3	8		
6	6	4			43	37	*38		27	*27	22	C	32	<del>39</del>	*30	#3	0	3 0	
		5			34	*38	39		34	22	*32		39	*31	22	3	2		
		6			29	*27	25		28	23	*27		*27	24	38	2	7		
6	8	7	×		*35	25	40		33	27	*31		24	19	*20	3	1	2 5	
		8			29	*25	23		29	*32	34		31	24	*25	#2	5		
		9			39	33	*37		*24	31	18		24	*16	16	2	4		
6	10	10			18	*18	10	A	*14	13	16		19	13	*16	1	6	1 5	
		11	A		*12	11	17	A	27	20	*26		14	*14	13	1	4		
		12			*15	23	6		15	*12	10	A	*17	18	14	#1	5		
7	4	13			*46	49	41		43	*48	50		36	*45	46	4	6	4 7	
		14			35	50	*45		52	49	*49		59	*50	48	4	9		
		15			46	*47	48		47	45	*46		48	*47	40	#4	7		
7	6	16			*34	38	29		25	*26	40	C	44	*33	29	3	3	4 2	
		17			41	*49	50		38	*42	47	A	*34	37	31	#4	2		
		18			*43	43	39		47	*44	40		39	35	*38	4	3		
7	8	19			41	49	*45		*29	28	32		*29	34	28	2	9	3 4	
		20			39	35	*38		*28	29	26		33	*34	45	#3	4		
		21			*40	46	40		*33	31	35		*38	38	40	3	8		
7	10	22			38	*28	24		31	*28	20		*32	36	26	2	8	2 0	
		23	C		29	20	*24		10	18	*12		21	*20	20	#2	0		
		24	A		27	*20	19	A	*25	26	21		20	20	*17	2	0		
8	4	25			64	*59	55		59	68	*66		68	*65	59	6	5	6 1	
		26			63	57	*60		55	*54	51		61	*63	55	6	0		
		27			70	*71	77		63	56	*60		*61	69	60	#6	1		
8	6	28	C		59	*56	58	A	56	*56	55		*60	66	59	#5	6	5 6	
		29			*56	55	61		*52	52	56		*61	65	60	5	6		
		30			62	<del>58</del>	*57		61	53	*56		*55	60	66	5	7		
8	8	31			55	*52	45	A	*52	50	54	B	59	54	*54	5	2	5 0	
		32			44	*47	50		51	*45	36		41	51	*43	4	5		
		33			*54	55	45		43	49	*46		54	*50	45	#5	0		
8	10	34			*49	47	53	A	45	*49	51	A	36	*36	34	4	9	3 9	
		35	B		*29	30	27	A	34	26	*33	A	*29	<del>28</del>	30	2	9		
		36			33	*39	40	C	34	23	*31		43	46	*44	#3	9		
9	4	37			74	*77	79		71	*70	63		*70	81	70	#7	0	7 0	
		38			61	66	*62		70	52	*56		63	*85	67	6	2		
		39			*71	75	63		79	72	*74		77	*75	67	7	4		
9	6	40			*52	52	56		65	59	*63		*59	69	57	5	9	6 4	
		41			66	*69	74		*71	73	63		71	77	*74	7	1		
		42			63	58	*59		70	79	*71		66	63	*64	#6	4		
9	8	43			*65	67	62	A	*52	62	49	C	52	65	*57	#5	7	5 7	
		44			63	*74	74		58	65	*60		*64	<del>63</del>	60	6	4		
		45			63	66	*64		54	*53	49		53	*55	57	5	5		
9	10	46	B		*46	53	44	A	52	*43	<del>34</del>		*49	52	41	#4	6	4 6	
		47			*44	48	38	A	44	*42	37		47	52	*49	4	4		
		48			53	*52	51		52	*52	55		49	56	*53	5	2		

のであり、この結果は図5.2に示している。実線は誤差を考慮せずに引いたものである。これを作図した後で、誤差を考慮しかつ全体の構造を考慮して引いたのが点線である。図5.2を図5.1と比較すると、3機体1飛行3計測の結果は3機体3飛行3計測の場合に近い結果が得られている。このことは室内の気流の状態および飛行作業が比較的安定していることを意味している。この実験は秋に実施されたもので、気温が適度であったために、ゼミ用の定員20名程の小さな部屋を締め切った上でエアコンを止めたまま実施している。したがって、飛行については繰り返しがなくとも比較的よい結果を得ている。もし、夏期や冬季でエアコンの類を稼働させたならば、その影響はでるであろう。また、換気装置が稼働していたり、窓やドアが開閉されたり人が移動したりする場合にもその影響はでるであろう。

5.3.3 1機体3飛行3計測  
(Med.の欄より)

図5.3の応答曲面は、誤差を考慮しなくてもマクロ的には単調な性質をもっているので、等高線の作図に巧みな経験者ならば標高差10の等高線は何とか作図できる。しかし、ミクロ的にみると単調性が崩れている箇所があるため、初心者にとっての作図は困難なものになる。

このケースにおいては、製作の繰り返しをとっていないので、製作における問題が結果に反映している。前二者に比べると、とくに足幅が広がった場合の製作に問題がでている。

5.3.4 1機体1飛行3計測  
(F1の欄の各条件の先頭行より)

図5.4においてはマクロ的な単調性が失われているので、等高線の作図はかなり困難である。とりあえず、妥当と思われる作図の結果を示してはいるが、この等高線図が示している応答曲面には多少の疑問が残る。

5.3.5 1機体1飛行1計測  
(F1欄の各条件の先頭行の<1>欄より)

図5.5においてはマクロ的な単調性がかなり失われているので、等高線の作図は極めて困難

表5.2 3機体3飛行3計測の結果の重回帰分析  
(A) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

R <sup>2</sup>	R* <sup>2</sup>	R** <sup>2</sup>	df(e)	sig(e)
97.45%	97.06%	96.72%	13	2.743

(B) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

No.	var.	Se	D(S)	F	b
0	CON	137.388	99.588	5.262	-11.750
1	X <sub>1</sub>	2562.000	2464.200	327.552	(-)
2	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	97.550	-0.250	0.031	(-)
3	X <sub>2</sub>	1377.800	1280.000	170.143	-4.000
4	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	96.974	-0.826	0.102	(-)
5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	96.800	-1.000	0.124	(+)

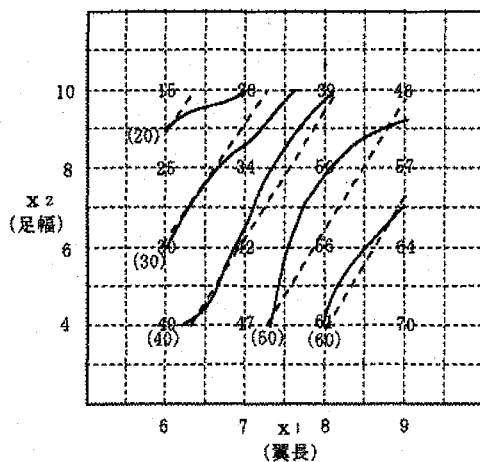


図5.1 3機体3飛行3計測

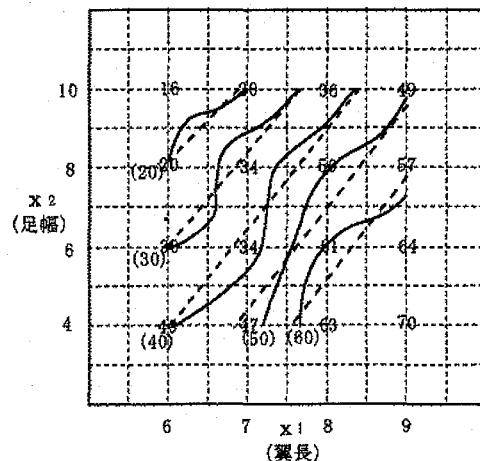


図5.2 3機体1飛行3計測

である。とりあえず、強引に作図はしているが、この等高線図が示している応答曲面には大いに疑問が残る。

5.4 重回帰分析の寄与率と誤差の標準偏差

本節では、前節で行った幾何学的な把握（等高線図の状態）を、重回帰分析の結果と比較しながら考察する。ここでの重回帰分析、はmicro-CDA（芳賀敏郎製作）を用いて変数選択を増減法で行っている。各表の中の記号は以下の通りである。

- R<sup>2</sup> : 寄与率,
- R\*<sup>2</sup> : 自由度調整済寄与率,
- R\*\*<sup>2</sup> : 自由度二重調整済寄与率
- df(e) : 誤差の自由度,
- sig(e) : 誤差の標準偏差,
- var. : 説明変数
- CON. : 定数項,
- Se : 残差平方和,
- D(S) : 残差平方和の取込・除去による変化量
- F : F値,
- b : 偏回帰係数

増減のルールはF値を用い、  
 $F_{IN}$  (取込基準) = 2.0,  
 $F_{OUT}$  (除去基準) = 2.0としている。なお、定数項はF値の大きさにかかわらず選択している。また、考察にあたっては自由度二重調整済寄与率 (R\*\*<sup>2</sup>)、誤差の標準偏差 (sig(e))、偏回帰係数 (b) に基づいて議論する。以後、各々を寄与率、誤差、回帰式と呼ぶ。

5.4.1 3機体3飛行3計測

(Med. of Med.より)

表5.2 (A) より、寄与率は96.72%誤差が2.743であるから、極めてクリアな結果であるといえる。また、表5.2 (B) より、回帰式は  
 $Y = -11.750 + 11.100 X_1 - 4.000 X_2$   
 となっており、図5.1の点線の等高線が妥当であることがわかる。これは図2.6③のパターンである。

5.4.2 3機体1飛行3計測 (F1欄より)

表5.3 (A) より、寄与率は87.48%で誤差が

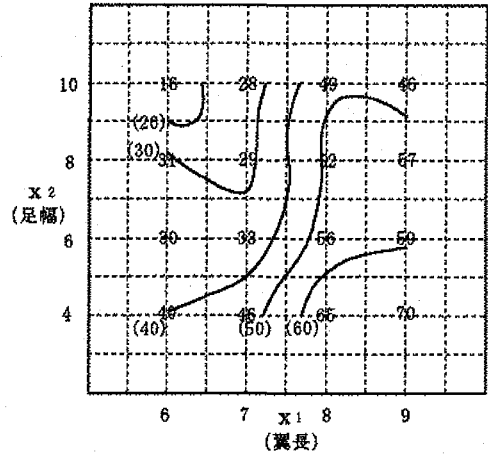


図5.3 1機体3飛行3計測

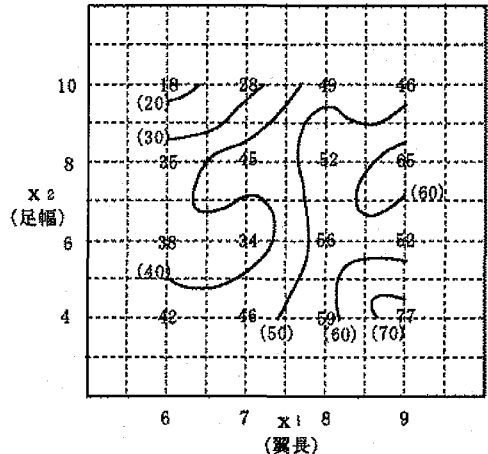


図5.4 1機体1飛行3計測

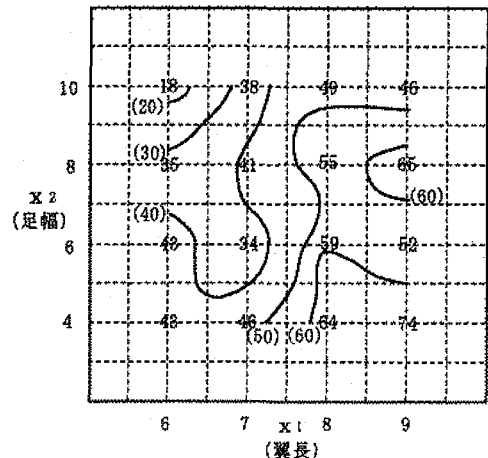


図5.5 1機体1飛行1計測

4.900であるから、かなりクリアな結果であるといえる。また、表5.3 (B) より、回帰式は

$$Y = 0.187 + 9.525 X_1 - 3.687 X_2$$

となっており、図5.2の点線の等高線が妥当であることがわかる。

#### 5.4.3 1機体3飛行3計測

(Med.の欄より)

表5.4 (A) より、寄与率は85.94%で誤差が5.432であるから、比較的クリアな結果であるといえる。また、表5.4 (B) より、回帰式は

$$Y = -14.313 + 10.775 X_1 - 3.187 X_2$$

である。しかし、図5.3の上でこれを見いだすことは初心者には困難である。

#### 5.4.4 1機体1飛行3計測

(F1の欄の各条件の先頭行より)

表5.5 (A) より、寄与率は74.91%で誤差が6.837であるから、初心者にとっては作図がだいたい困難な結果といえる。また、表5.5 (B) より、回帰式は

$$Y = -5.325 + 9.600 X_1 - 2.900 X_2$$

である。図5.4の上でこれを見いだすことは初心者にはかなり困難である。

#### 5.4.5 1機体1飛行1計測

(F1欄の各条件の先頭行の(1)欄より)

表5.6 (A) より、寄与率は71.56%で誤差が6.987であるから、初心者にとっては作図が極めて困難な結果であるといえる。また、表5.6 (B) より、回帰式は

$$Y = -1.000 + 9.050 X_1 - 2.750 X_2$$

となっている。図5.5の上でこれを見いだすことは初心者には極めて困難である。

## 6. お わ り に

今回の報告では模擬実験として紙ヘリコプターを採用し、等高線図を用いた2因子実験の教育方法、ならびに初心者の実験においてはしばしば発生する外れ値に対して頑健性がありばらつきを小さくすることのできるアプローチを提案した。そして、翼長と足幅を変数として取り上げた場合の実施例を紹介した。

表5.3 3機体1飛行3計測の結果の重回帰分析

(A) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

R <sup>2</sup>	R* <sup>2</sup>	R** <sup>2</sup>	df(e)	sig(e)
90.29%	88.80%	87.48%	13	4.900

(B) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

No.	var.	Se	D(S)	F	b
0	CON	312.123	0.010	0.000	0.187
1	X <sub>1</sub>	2126.625	1814.513	75.577	9.525
2	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	301.550	-10.563	0.420	(+)
3	X <sub>2</sub>	1389.925	1087.813	45.309	-3.687
4	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	303.736	-6.376	0.331	(+)
5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	301.550	-10.562	0.420	(+)

表5.4 1機体3飛行3計測の結果の重回帰分析

(A) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

R <sup>2</sup>	R* <sup>2</sup>	R** <sup>2</sup>	df(e)	sig(e)
89.10%	87.42%	85.94%	13	5.432

(B) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

No.	var.	Se	D(S)	F	b
0	CON	442.350	58.738	1.991	-14.313
1	X <sub>1</sub>	2705.625	2322.013	78.689	10.775
2	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	378.550	-5.063	0.166	(-)
3	X <sub>2</sub>	1706.425	812.813	27.546	-3.187
4	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	373.432	-10.181	0.327	(-)
5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	383.590	-0.023	0.001	(-)

表5.5 1機体1飛行3計測の結果の重回帰分析

(A) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

R <sup>2</sup>	R* <sup>2</sup>	R** <sup>2</sup>	df(e)	sig(e)
80.54%	77.55%	74.91%	13	6.837

(B) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

No.	var.	Se	D(S)	F	b
0	CON	615.881	8.131	0.174	-5.325
1	X <sub>1</sub>	2450.950	1843.200	38.427	9.600
2	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	606.760	-1.000	0.020	(+)
3	X <sub>2</sub>	1280.550	672.800	14.391	-2.900
4	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	607.542	-0.208	0.004	(+)
5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	607.660	-0.090	0.002	(-)

表5.6 3機体3飛行3計測の結果の重回帰分析

(A) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

R <sup>2</sup>	R* <sup>2</sup>	R** <sup>2</sup>	df(e)	sig(e)
77.94%	74.55%	71.56%	13	6.987

(B) 寄与率・誤差の自由度・誤差の標準偏差

No.	var.	Se	D(S)	F	b
0	CON	634.987	0.287	0.006	-1.000
1	X <sub>1</sub>	2272.750	1638.050	33.551	9.050
2	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	628.450	-6.250	0.119	(-)
3	X <sub>2</sub>	1239.700	609.000	12.392	-2.750
4	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	624.486	-10.214	0.196	(-)
5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	634.660	-0.040	0.001	(+)

## 参考文献

- 1) Kume,H.,Takahashi,T., and et al(1985): Statistical Methods for Quality Improvement, The Association for Overseas Technical Scholarship.
- 2) Søren Bisgaard(1989):"Teaching Statistics to Engineers",CQPI Report No.38,The College of

- Engineering, University of Wisconsin-Madison.
- 3) 高橋武則, 池澤辰夫 (1975): "Pole Design & Analysis (I) (競技スキー・トレーニングと品質管理)", JSQC第9回研究発表会発表要旨集, pp.12-15.
  - 4) 高橋武則, 池澤辰夫 (1976): "システムティック・スキー・トレーニング (I)", 品質管理第27巻5月臨時増刊号pp.167-173.
  - 5) 高橋武則 (1981): 「応用スキー解析」, WISE出版局.
  - 6) 高橋武則 (1986): 「統計的推測の基礎」, 文化出版局.
  - 7) T.TAKAHASHI (1990): QC-way of Problem Solving No.1~No.12, Japan International Cooperation Agency.
  - 8) 高橋武則 (1991): 「問題解決を構成する要素と構造」, 品質, Vol.21, No.2, pp.23-33.
  - 9) 高橋武則 (1991): 「問題解決とPDCAサイクルの関係に関する考察」, 品質, Vol.21, No.2, pp.68-78.
  - 10) 高橋武則 (1992): 「統計的方法と管理・改善」, 品質月間委員会
  - 11) 高橋武則 (1992): 「経営幹部としての統計的考え方・手法」, 日科技連QCセミナー経営幹部特別コーステキスト.
  - 12) Takahashi, T., and Fujino, K. (1993): "Analysis of Process Based on Fraction Defective", Proceedings of Asia Quality Control Symposium-1993 Tokyo, pp.143-146.
  - 13) 高橋武則 (1993): 「統計モデルとQC的問題解決法」, 日本規格協会
  - 14) Takahashi, T. (1994): "Production Game for Statistical Process Control", Proc. of International Conference on Statistics in Industry, Science and Technology, pp.185-190.
  - 15) 高橋武則, 永田裕二, 佐藤浩司, 伊藤龍太郎 (1994): 「統計モデルとQC的問題解決の教育に関する研究—製造工程のモデルとしてのコイン打撃ゲーム—」, 日本品質管理学会第46回研究発表会発表要旨集, pp.12-15.
  - 16) 高橋武則, 伊藤龍太郎, 金成俊介, 鈴木裕一 (1995): 「紙グライダーの製作と飛行を用いたSQC教育の設計—統計モデルとQC的問題解決の教育に関する研究 (第2報)」, JSQC第49回研究発表会要旨集, pp.53-56.
  - 17) 高橋武則, 伊藤龍太郎 (1995): 「紙グライダーの製作と飛行を用いたSQC教育の設計—統計モデルとQC的問題解決の教育に関する研究 (第2報)」, 日本品質管理学会第49回研究発表要旨集, pp.53-56.
  - 18) Takahashi, T. (1995): "Education for Quality Improvement and Statistical Process Control by Simulative Production", Proc. of Asia Quality Management Symposium-1995 Seoul, pp.436-441.
  - 19) Takahashi, T. (1995): "Statistical Games and Software Tools for Quality Assurance Based on Statistical Process Control", Proc. of 18th International Conference on Computers & Industrial Engineering, pp.1088-1094.
  - 20) 高橋武則 (1995): 「不良原因追求のアプローチに関する研究」, JSQC第25回年次大会発表要旨集, pp.23-26.
  - 21) 高橋武則 (1995): 「等高線図の作成とその教育に関する研究」, 日本経営工学会秋季大会予稿集, pp.82-83.
  - 22) 高橋武則, 中山知也, 永井康幸 (1996): 「紙グライダーのライン生産を用いたSQC教育統計モデルとQC的問題解決の教育に関する研究 (第3報)」, JSQC第52回研究発表会要旨集, pp.133-136.
  - 23) 高橋武則 (1996): 「コイン射撃による多品種混合生産ゲーム」, QCサークル, No.419, pp.72-84.
  - 24) 高橋武則 (1996): 「紙グライダー飛行による廃棄品・不良品低減ゲーム」, QCサークル, No.420, pp.76-88.
  - 25) Takahashi, T. (1996): "Regression Diagnostics for Statistical Quality Control", Proc. of 18th International Conference on Computers & Industrial Engineering, pp.817-820.
  - 26) Takahashi, T. (1996): "Simulative Production of Paper Glider for SQC Education", International Conference on Quality, pp.351-356.
  - 27) 高橋武則 (1996): 「工程能力向上のためのばらつきの分解と低減」, 日本経営工学会秋季大会予稿集, pp.109-110.
  - 28) 高橋武則 (1996): JSQC第26回年次大会発表要旨集, pp.107-110.
  - 29) 芳賀敏郎・橋本茂司 (1990): 「実験データの解析(2)」, 日科技連出版社.
  - 30) 芳賀敏郎 (1991): 「東京理科大学における統計教育の実態」, 品質, Vol.21, No.1, pp.48-53.